

MATEMATICA DISCRETA II

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA
A.A. 2007/2008
1 luglio 2008

Si svolgano i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. **Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.** Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e chiarezza delle spiegazioni.

Esercizio 1. Si determinino tutte le soluzioni della seguente congruenza

$$x^7 \equiv 9 \pmod{82}.$$

Si determini inoltre la massima soluzione negativa.

Esercizio 2. Siano $A := \mathbb{Z}/40\mathbb{Z}$, $B := (\mathbb{Z}/40\mathbb{Z})^*$ e $C := \{[1]_{40}, [2]_{40}, [7]_{40}, [35]_{40}\}$. Si calcoli la cardinalità dei seguenti insiemi:

$$X := \{D \in 2^A \mid D \cap B = \emptyset\},$$

$$Y := \{D \in 2^A \mid |D| = 13 \text{ e } |D \cap B| = 10\},$$

$$Z := \{D \in Y \mid D \cap C = \emptyset\}.$$

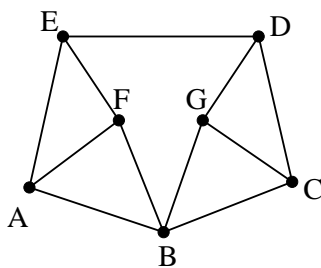
Esercizio 3. Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori

$$d_1 = (2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 6, 7), \quad d_2 = (0, 0, 1, 1, 3, 3, 3, 4, 4, 6, 9)$$

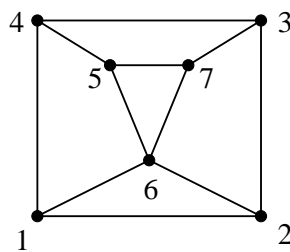
è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un tale grafo. Si dica inoltre se

- (3a) esiste un tale grafo che sia anche sconnesso,
- (3b) esiste un tale grafo che sia anche hamiltoniano,
- (3c) esiste un tale grafo che sia anche un albero.

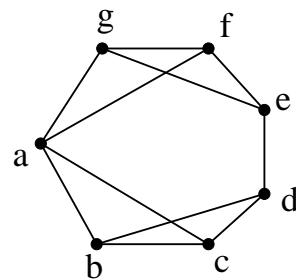
Esercizio 4. Si dica, motivando la risposta, quali tra i grafi rappresentati in figura sono isomorfi e quali no.



G_1



G_2



G_3

Domanda di teoria. Si diano le definizioni di massimo comun divisore e di minimo comune multiplo di due interi non entrambi nulli. Si enunci e si dimostri il Teorema di esistenza e unicità del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo di due interi non entrambi nulli.