

MATEMATICA DISCRETA II

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA
A.A. 2008/2009
3 febbraio 2010

Si svolgano i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. **Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.** Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e della chiarezza delle spiegazioni.

Esercizio 1. Si determinino tutte le soluzioni della seguente congruenza:

$$x^{35} \equiv 5 \pmod{144}.$$

Si dica inoltre se esiste una soluzione positiva di tale congruenza divisibile per 14.

Esercizio 2. Sia $A := \{n \in \mathbb{Z} \mid 2 \leq n \leq 36\}$, sia $B := \{n \in A \mid n \text{ è multiplo di } 5\}$ e sia $C := \{n \in B \mid n \equiv 1 \pmod{4}\}$. Si calcoli la cardinalità dei seguenti insiemi:

- (2a) $X := \{D \in 2^A \mid D \cap B \neq \emptyset\}$,
- (2b) $Y := \{D \in 2^A \mid |D| = 32 \text{ e } |D \cap B| = 4\}$,
- (2c) $Z := \{f \in A^B \mid f \text{ è iniettiva e } f(5) \in C\}$.

Esercizio 3. Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori

$$d_1 = (1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6), \quad d_2 = (1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 4, 8, 9)$$

è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un tale grafo. Si dica inoltre se

- (3a) esiste un tale grafo che sia connesso;
- (3b) esiste un tale grafo che abbia almeno tre componenti connesse;
- (3c) esiste un tale grafo che sia un albero.

Esercizio 4. Si dica, motivando la risposta, quali tra i grafi rappresentati in figura sono isomorfi e quali no.

Domanda di teoria. Si diano le definizioni di massimo comun divisore e di minimo comune multiplo di due interi non entrambi nulli. Si enunci e si dimostri il Teorema di esistenza e unicità del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo di due interi non entrambi nulli.