

# MATEMATICA DISCRETA II

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

A.A. 2011/2012

4 luglio 2012

Si svolgano i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. **Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.** Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e chiarezza delle spiegazioni.

**Esercizio 1.** Si determinino tutte le soluzioni della seguente congruenza:

$$x^{31} \equiv 47 \pmod{122}.$$

Si determini inoltre la massima soluzione negativa di tale congruenza.

**Esercizio 2.** Sia  $A$  un insieme costituito da 20 elementi e siano  $B$  e  $C$  due sottoinsiemi di  $A$  tali che  $B \cap C = \emptyset$ ,  $|B| = 7$  e  $|C| = 7$ . Si calcoli la cardinalità dei seguenti insiemi  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ :

(2a)  $X := \{D \in 2^A \mid B \cap D = \emptyset\}$ ;

(2b)  $Y := \{D \in X \mid |D \cap C| = 5\}$ ;

(2c)  $Z := \{f \in A^A \mid f \text{ è surgettiva, } f(B) \subset C, f(C) \subset B\}$ .

**Esercizio 3.** Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori

$$d_1 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5), \quad d_2 = (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6, 6, 6)$$

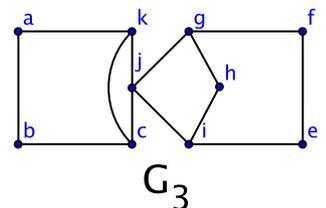
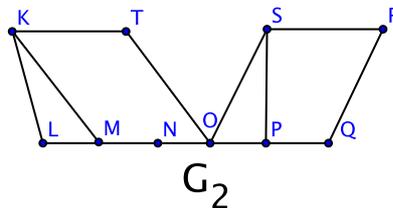
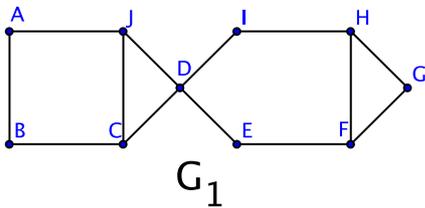
è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un grafo con tale score utilizzando il teorema dello score. Si dica inoltre se

(3a) esiste un grafo con tale score che sia hamiltoniano;

(3b) esiste un grafo con tale score che sia sconnesso;

(3c) esiste un grafo con tale score che sia un albero

**Esercizio 4.** Si dica, motivando la risposta, quali tra i grafi rappresentati in figura sono isomorfi e quali no.



**Domanda di teoria.** Si enunci e si dimostri il teorema di esistenza e unicità del quoziente e del resto della divisione euclidea tra numeri interi.