

FONDAMENTI MATEMATICI PER L'INFORMATICA

MATEMATICA DISCRETA II

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

A.A. 2015/2016

21 giugno 2016

Si svolgano i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. **Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.** Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e chiarezza delle spiegazioni.

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Esercizio 2. Si determinino tutte le soluzioni del seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} x \equiv 33 \pmod{77} \\ x \equiv -2 \pmod{56}. \end{cases}$$

Si dimostri inoltre che tutte le soluzioni di tale sistema sono divisibili per 11.

Esercizio 3. Si determinino tutte le soluzioni della seguente congruenza

$$x^9 \equiv 49 \pmod{60}.$$

Si determini inoltre la massima soluzione negativa.

Esercizio 4. Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori

$$d_1 = (1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 4, 5), \quad d_2 = (0, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 9)$$

è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un tale grafo utilizzando il teorema dello score. Si dica inoltre se

- (4a) esiste un tale grafo che abbia almeno tre 3-cicli distinti,
- (4b) esiste un tale grafo che sia hamiltoniano,
- (4c) esiste un tale grafo che sia un albero.

Domanda di teoria. Si diano le definizioni di massimo comun divisore e di minimo comune multiplo tra due numeri interi non entrambi nulli. Si enunci e si dimostri il teorema di esistenza e di unicità del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo tra due numeri interi non entrambi nulli.