

MATEMATICA DISCRETA II

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

A.A. 2009/2010

29 giugno 2010

Si svolgano i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. **Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.** Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e della chiarezza delle spiegazioni.

Esercizio 1. Si determinino tutte le soluzioni della seguente congruenza:

$$x^{53} \equiv 17 \pmod{117}.$$

Si determini inoltre la minima soluzione positiva di tale congruenza.

Esercizio 2. Sia $A := \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 18\}$ e sia $B := \{n \in A \mid (n, 18) = 2\}$. Si calcoli la cardinalità dei seguenti insiemi X , Y e Z :

(2a) $X := \{f \in A^B \mid f \text{ non è iniettiva}\};$

(2b) $Y := \{f \in A^B \mid B \cap f(B) = \emptyset\};$

(2c) $Z := \{f \in A^B \mid f \text{ è iniettiva e } |B \cap f(B)| = 2\}.$

Esercizio 3. Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori

$$d_1 = (3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5), \quad d_2 = (1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5)$$

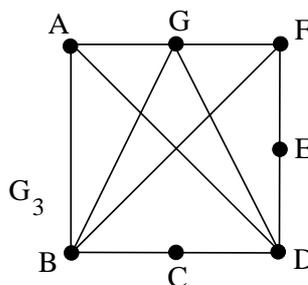
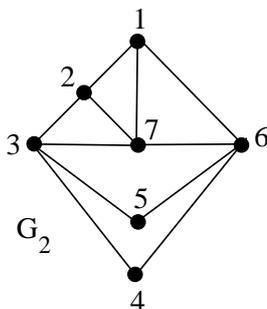
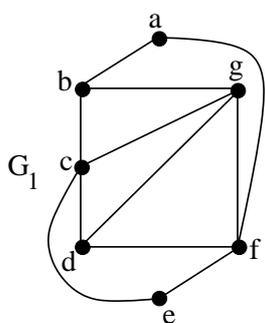
è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un grafo con tale score utilizzando il teorema dello score. Si dica inoltre se

(3a) esiste un grafo con tale score che sia hamiltoniano;

(3b) esiste un grafo con tale score che sia sconnesso;

(3c) esiste un grafo con tale score che sia un albero.

Esercizio 4. Si dica, motivando la risposta, quali tra i grafi rappresentati in figura sono isomorfi e quali no.



Domanda di teoria. Si diano le definizioni di massimo comun divisore e di minimo comune multiplo di due interi non entrambi nulli. Si enunci e si dimostri il Teorema di esistenza e unicità del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo di due interi non entrambi nulli.