Varietà rigide non infinitesimamente rigide

*Roberto Pignatelli
Dipartimento di Matematica, Università di Trento

Presenterò un risultato ottenuto in [2], in collaborazione con I. Bauer (Bayreuth), in cui risolviamo il seguente problema posto nel 1971 in [3].

Problema di M-K: *Trovare un esempio di una varietà complessa compatta che sia rigida ma non infinitesimamente rigida.*

Definizione. Ricordiamo che una varietà complessa compatta si dice
rigida se ogni *piccola* deformazione della sua struttura complessa produce una varietà complessa biolomorfa a quella originale;
infinitesimamente rigida se il primo gruppo di coomologia del suo fascio tangente olomorfo è nullo.

Per il *criterio di Kuranishi* ogni varietà complessa compatta infinitesimamente rigida è rigida. Il Problema di M-K è di mostrare attraverso un controesempio che il viceversa non è vero. È ben noto che non ci sono controesempi di dimensione 1.

La difficoltà principali sono due: le varietà rigide sono rare, ed è difficile dimostrarne la rigidità senza usare il criterio di Kuranishi. In [2] abbiamo ottenuto un criterio di rigidità per superfici complesse compatte S che contengano curve razionali lisce con autointersezione -2, la cui esistenza impedisce che S sia infinitesimamente rigida. Applicandolo a opportune *product-quotient surfaces*, otteniamo il

Teorema 1. *Esiste una famiglia numerabile non limitata (ossia con genere geometrico arbitrariamente alto) di superfici complesse compatte minimali di tipo generale rigide ma non infinitesimamente rigide.*

In effetti ([1]) ogni superficie rigida non infinitesimamente rigida è di tipo generale. Invece considerando prodotti tra tali superfici e varietà rigide abbiamo mostrato il

Teorema 1. *Esistono varietà complesse compatte rigide ma non infinitesimamente rigide di dimensione n e dimensione di Kodaira κ per ogni coppia (n, κ) con $n \geq 3$ e $\kappa \neq 0, 1, 2, 3$ e $n \geq 5$, $\kappa = 2$.*

Bibliografia

[1] I. Bauer and F. Catanese, "On rigid compact complex surfaces and manifolds", Adv. Math.**333** (2018), 620–669.

[2] I. Bauer and R. Pignatelli, "Rigid but not infinitesimally rigid compact complex manifolds", arxiv:math/1805.02559.

[3] J. Morrow and K. Kodaira, "Complex manifolds", Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York-Montreal, Que.-London, 1971.

indietro